Løsningsforslag prøve 2 1T 29.10.2013

Oppgave 1 Likninger

Løs likningene

Likningene løser vi ved å legge til, trekke fra, dele eller gange med det samme på begge sider.

a) $x - 1 = 3x + 2$

$$\begin{aligned} x - 1 &= 3x + 2 \\ x - 3x &= 2 + 1 \\ -2x &= 3 \\ x &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$\underline{\boldsymbol{x = -\frac{3}{2}}}$

b) $x + 2 = 5x - 2 \cdot (1 - x)$

$$\begin{aligned} x + 2 &= 5x - 2 \cdot (1 - x) \\ x + 2 &= 5x - 2 + 2x \\ x - 5x - 2x &= -2 - 2 \\ -6x &= -4 \\ x &= \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$\underline{\boldsymbol{x = \frac{2}{3}}}$

c) $\frac{2x - 1}{x} - 2 = -\frac{1}{x}$

$$\begin{aligned} \frac{2x - 1}{x} - 2x &= -\frac{1}{x} \\ 2x - 1 - 2x &= -1 \\ 2x - 2x &= -1 + 1 \\ 0x &= 0 \end{aligned}$$

Legg merke til hva vi får her. I dette tilfellet kan x være hva som helst. Uansett hva verdien av x er, så stemmer det at null ganger en eller annen verdi er null. Det skriver vi slik:

$\underline{\boldsymbol{x \in \mathbb{R}}}$

Oppgave 2 Likningssett

Løs likningssettene

a) $\begin{bmatrix} 3x - y = 2 \\ 3x + y = 4 \end{bmatrix}$

I dette tilfellet er addisjonsmetoden den enkleste å benytte. Vi gir de to likningene navn:

$\begin{bmatrix} I : 3x - y = 2 \\ II : 3x + y = 4 \end{bmatrix}$ Tar vi å legger sammen de to likningene får vi:

$I + II$: $6x = 6 \Rightarrow x = 1$

Setter vi $x = 1$ inn i likning I får vi: $3 - y = 2 \Rightarrow y = 1$

$\underline{\boldsymbol{x = 1 \wedge y = 1}}$

Her betyr $\wedge$ og.

b) $\begin{bmatrix} I: 4x - 2y = 4 \\ II: -5x + y = 4 \end{bmatrix}$

Vi benytter innsettingsmetoden etter å ha skrevet om II

$II: y = 4 + 5x$. Setter y inn i likning I

I :

$$\begin{aligned} 4x - 2(4 + 5x) &= 4 \\ 4x - 8 - 10x &= 4 \\ -6x &= 4 + 8 \\ -6x &= 12 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$II: y = 4 + 5(-2) = -6$

$\underline{\boldsymbol{x = -2 \wedge y = -6}}$

Oppgave 3 Faktorisering

Faktoriser uttrykkene mest mulig

a) $3x^3y + 9xy^2$

$3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y + 3 \cdot 3 \cdot x \cdot y \cdot y = 3xy(x^2 + 3y)$

Legg merke til at det bare er det siste svaret som er faktorisert. Det er et produkt med to faktorer. I starten er bare hvert ledd faktorisert.

$\underline{\boldsymbol{3xy(x^2 + 3y)}}$

b) $27a^3b^2 + 45ab^3$

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b + 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b = 9ab^2(3a^2 + 5b)$

$\underline{\boldsymbol{9ab^2(3a^2 + 5b)}}$

c) $a^2 + 4a + 4$

$a^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2$

Dette er et fullstendig kvadrat og vi kan bruke den første kvadratsetningen "andre veien"

$a^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 = (a + 2)^2$

$\underline{\boldsymbol{(a + 2)^2}}$

d) $x^2 - 4$

Er ikke dette forskjellen mellom to kvadrat? Jo, vi kan skrive om til: $x^2 - 2^2$ og da kan vi faktorisere ved å bruke konjugatsetningen (den tredje kvadratsetningen)

$x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$

$\underline{\boldsymbol{(x - 2)(x + 2)}}$

e) $9a^2 - 4b^2$

Her et det kanskje litt vanskeligere å se, men det er akkurat samme tilfelle som i forrige oppgave. Vi kan skrive om å få: $9a^2 - 4b^2 = (3a)^2 - (2b)^2 = (3a - 2b)(3a + 2b)$

$\underline{\boldsymbol{(3a - 2b)(3a + 2b)}}$

f) $3y^2 - 18y + 27$

$$\begin{aligned} &3y^2 - 18y + 27 \\ &3(y^2 - 6y + 9) \\ &3(y^2 - 2 \cdot y \cdot 3 + 3^2) \\ &3(y^2 - 3) \end{aligned}$$

$\underline{3(y^2 - 3)}$

Oppgave 4

På OD-dagen solgte noen elever kaffe og kaker. En kopp kaffe og to kakestykker koster til sammen 26 kr. To kopper kaffe og tre kakestykker koster til sammen 44 kr. Sett opp et likningssett og finn prisen på en kopp kaffe og prisen på ett kakestykke.

Vi lar x være prisen for en kopp kaffe og y prisen på ett kakestykke.

Da kan vi sette opp disse likingene:

En kopp kaffe og to kakestykker koster til sammen 26 kr $\Rightarrow I : x + 2y = 26$

To kopper kaffe og tre kakestykker koster til sammen 44 kr $\Rightarrow II : 2x + 3y = 44$

$I : x = 26 - 2y$ Setter inn i II :

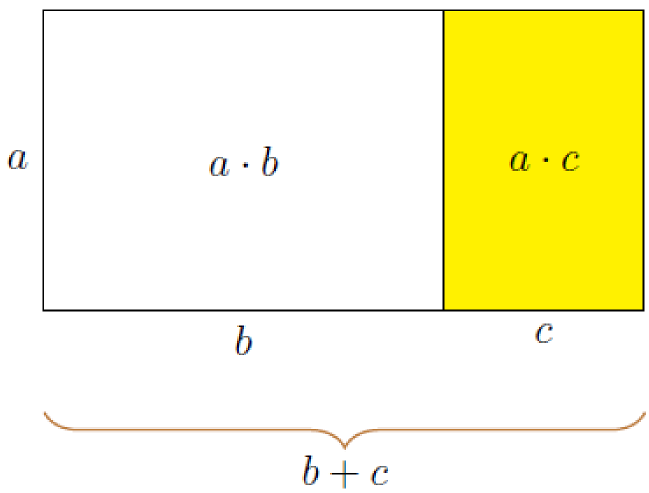
$$\begin{aligned} 2(26 - 2y) + 3y &= 44 \\ 52 - 4y + 3y &= 44 \\ -y &= 44 - 52 = -8 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

$x = 26 - 2y = 26 - 2 \cdot 8 = 10$

<u>En kopp kaffe koster 10 kr og ett kakestykke koster 8 kr</u>

Oppgave 5

Bruk figuren til å forklare at $a \cdot b + a \cdot c$ kan faktoriseres til $a(b + c)$



Figuren viser et stort rektangel delt i to mindre rektangler og vi kan vise faktoriseringen ved arealene.

Arealet til det største rektanglet er $a(b + c)$

Det samme arealet kan vi finne ved å legge sammen arealene av de mindre rektanglene.
Det hvite rektanglet er ab og det farga er $a\dot{c}$

Siden de to arealene er like kan vi da skrive at

$a \cdot b + a \cdot c = a(b + c)$

Oppgave 6

a) Hva må c være for at $x^2 - 22x + c$ er et fullstendig kvadrat?

Det kan være lurt å skrive ned uttrykket slik: $x^2 - 2x11 + c$

Da ser vi at hvis uttrykket skal være et fullstendig kvadrat så må $c = \left(\frac{22}{2}\right)^2 = 11^2 = 121$

Det fant vi også en formel for. Kaller vi tallet for x for b, så vil det alltid være sånn i et fullstendig kvadrat: $c = \left(\frac{b}{2}\right)^2$

***c* må være 121**

b) Faktoriser $x^2 - 4x - 12$

Dette er ikke et fullstendig kvadrat, så da må vi benytte fullstendige kvadraters metode.

$$x^2 - 4x - 12$$
$$x^2 - 4x + 4 - 12 - 4$$
$$(x-2)^2 - 16$$
$$(x-2)^2 - 4^2$$
$$(x-2-4)(x-2+4)$$
$$(x-6)(x+2)$$

$\underline{\boldsymbol{(x+2)(x-6)}}$

c) Løs likninga $x^2 - 2x = 15$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= 15 \\ x^2 - 2x + 1^2 &= 15 + 1^2 \\ (x-1)^2 &= 16 \\ (x-1) &= \pm 4 \\ x - 1 = 4 &\vee x - 1 = -4 \\ x = 5 &\vee x = -3 \end{aligned}$$

Vi kunne gjort det slik også

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= 15 \\ x^2 - 2x + 1^2 - 15 - 1^2 &= 0 \\ (x-1)^2 - 16 &= 0 \\ (x-1)^2 - 4^2 &= 0 \\ (x-1-4)(x-1+4) &= 0 \\ (x-5)(x+3) &= 0 \\ x &= 5 \vee x = -3 \end{aligned}$$

$\underline{\boldsymbol{x = 5 \vee x = -3}}$